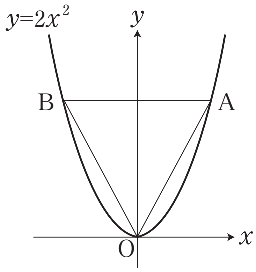
第３４講・三平方の定理⑤ 関数と三平方の定理

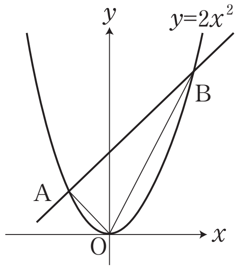
例題 1

右の図のように，放物線 $y = 2x^2$ 上に y 座標の等しい２点 A，B がある。△OAB が正三角形になるとき，A の座標を求めなさい。



例題 2

右の図のように，２点 A，B は放物線 $y = 2x^2$ 上にあり，２点 A，B の x 座標はそれぞれ -1，２である。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　△AOB の面積を求めよ。

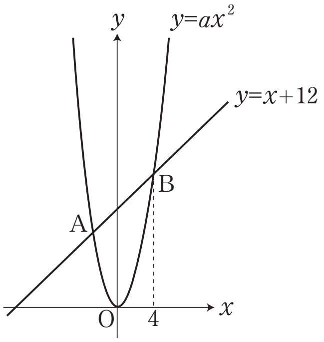
⑵　線分 AB の長さを求めよ。

⑶　点 O から直線 AB に垂線 OH をひくとき，線分 OH の長さを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

右の図のように，放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x+12$ が2点 A，B で交わっている。点 B の x 座標が 4 のとき。次の問いに答えなさい。



⑴　点 A の座標を求めよ。

⑵　AB の長さを求めよ。

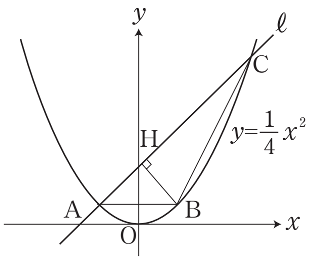
⑶　直線 AB に平行で点 O を通る直線を ℓ とする。点 B から直線 ℓ にひいた垂線と直線 ℓ との交点を C とするとき，BC の長さを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

34－1

右の図で，点 A，B は放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で，A の x 座標は -2，線分 AB は x 軸に平行である。また，点 C は A を通る直線 ℓ と放物線との交点で，C の x 座標は正の数である。△ABC の面積が 16 であるとき，次の問いに答えなさい。



⑴　点 C の座標を求めよ。

⑵　点 B から直線 ℓ におろした垂線と ℓ との交点を H とする。BH の長さを求めよ。

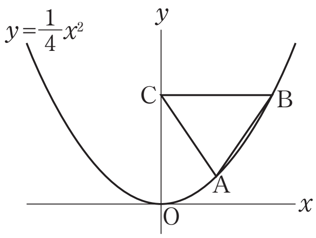
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

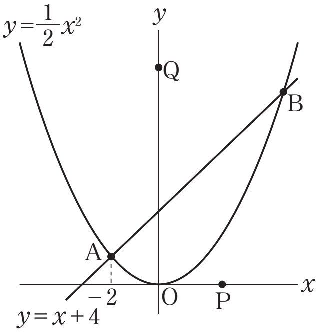
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第34講・確認テスト

[1]　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。２点A，Bはこのグラフ上の点，点Cは y 軸上の点であり，線分BCは x 軸に平行である。△ABCが正三角形となるとき，点Aの x 座標は $\frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。ただし，点Aの x 座標は正とする。



[2]　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，直線は関数 $y=x+4$ のグラフである。２点A，Bは，放物線と直線の交点で，Aの x 座標は -2 である。また，x 軸上の点をP，y 軸上の点をQとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Bの座標は，($\boxed{エ}$ ， $\boxed{オ}$) である。

(2)　△PABがPA＝PBの二等辺三角形となるとき，Pの x 座標は $\boxed{カ}$ である。

(3)　PA＋PBの長さが最小となるとき，Pの x 座標は $-\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

(4)　△ABQが∠AQB＝90°の直角三角形となるとき，Qの y 座標は $\boxed{ケ}\pm\sqrt{\boxed{コサ}}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第34講・三平方の定理⑤ 関数と三平方の定理

例題 1

$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$

解説

点Aのx座標を$t(t>0)$とすると，$A(t,\ 2t^2)$

ABとy軸の交点をCとすると，△ACOは$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形になるから，（∠OAC=60°より。）

$AC:CO=1:\sqrt{3}$

よって，$t:2t^2=1:\sqrt{3}$　　$t(2t-\sqrt{3})=0$

$t>0$より，$t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　$2t^2=2\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{2}$

例題 2

(1)　**6**　　(2)　$\boldsymbol{3\sqrt{5}}$　　(3)　$\boldsymbol{\dfrac{4\sqrt{5}}{5}}$

解説

(2)　$A(-1,\ 2)$，$B(2,\ 8)$より，$AB=\sqrt{(2+1)^2+(8-2)^2}=3\sqrt{5}$

(3)　△AOBの面積を利用して，

$\dfrac{1}{2}\times AB\times OH=6$より，$\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times OH=6$　　$OH=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

例題 3

(1)　**(−3，9)**　　(2)　$\boldsymbol{7\sqrt{2}}$　　(3)　$\boldsymbol{6\sqrt{2}}$

解説

(3)　点Oから直線ABに垂線ODをひくと，BC=ODとなる。直線$y=x+12$とy軸との交点をEとすると，

△EDOは$1:1:\sqrt{2}$の直角三角形で，OE=12より，$OD=BC=6\sqrt{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

34－1

(1)　(6, 9)　　(2)　$2\sqrt{2}$

解説

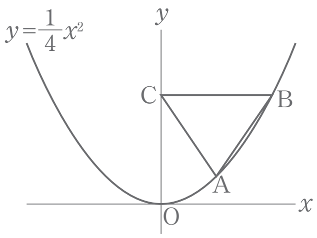
(1)　AB＝4　　C の y 座標を t とすると，$16=\frac{1}{2}\times 4(t-1)$　　$t=9$　　(6, 9)

(2)　$AC=\sqrt{\{6-(-2)\}^2+(9-1)^2}=8\sqrt{2}$　　$\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times BH=16$　　$BH=2\sqrt{2}$

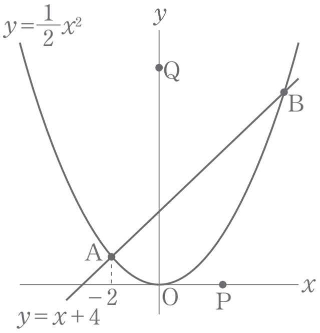
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第34講・確認テスト

［1］　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。2点A，Bはこのグラフ上の点，点Cは y 軸上の点であり，線分BCは x 軸に平行である。△ABCが正三角形となるとき，点Aの x 座標は $\frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。ただし，点Aの x 座標は正とする。



［2］　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，直線は関数 $y=x+4$ のグラフである。2点A，Bは，放物線と直線の交点で，Aの x 座標は -2 である。また，x 軸上の点をP，y 軸上の点をQとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Bの座標は，(エ ， オ) である。

(2)　△PABがPA＝PBの二等辺三角形となるとき，Pの x 座標は カ である。

(3)　PA＋PBの長さが最小となるとき，Pの x 座標は $-\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

(4)　△ABQが∠AQB＝90°の直角三角形となるとき，Qの y 座標は $\boxed{ケ} \pm \sqrt{\boxed{コサ}}$ である。

解答

［1］　ア　4　　イ　3　　ウ　3

［2］　エ　4　　オ　8　　カ　6　　キ　4　　ク　5　　ケ　5　　コ　1　　サ　7

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

[1]　A の x 座標を t とすると，$A\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$　また，$B(2t,\ t^2)$

A から BC に垂線 AH をひくと，AH:BH$=\sqrt{3}:1$ だから，

$\left(t^2-\frac{1}{4}t^2\right):(2t-t)=\sqrt{3}:1$，

$\frac{3}{4}t^2:t=\sqrt{3}:1$，

$\frac{3}{4}t^2=\sqrt{3}t$　$t\left(t-\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)=0$，$t>0$ より，$t=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

[2]

(1)　B の x 座標を t とすると，$\frac{1}{2}(-2+t)=1$，$t=4$

よって，B(4,　8)

(2)　AB の中点の座標は (1,　5)

点 (1,　5) を通り，$y=x+4$ と垂直に交わる直線の式は，$y=-x+6$

点 P は $y=-x+6$ が x 軸と交わる点になるから，P(6,　0)

(3)　x 軸について A と対称な点を A´とすると，A´(−2,　−2)

直線 A´Bが x 軸と交わる点を P とするとき，PA+PB の長さが最小となる。

直線 A´Bの式は，$y=\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$だから，P の x 座標は，$-\frac{4}{5}$

(4)　Q の y 座標を u とすると，$QA^2+QB^2=AB^2$ より，

$\{2^2+(u-2)^2\}+\{4^2+(u-8)^2\}=(4+2)^2+(8-2)^2$，

$u^2-10u+8=0$，$u=5\pm\sqrt{17}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。